

## **SIMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE ULTRASONIDOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA PARA APLICACIONES DE ENSAYOS NO DESTRUCTIVOS (END).**

*A. Ibáñez Rodríguez<sup>1</sup>, M. Parrilla Romero<sup>1</sup>, O. Martínez Graullera<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> ITEFI-CSIC. C/ Serrano, 144. 28006 - Madrid

*alberto.ibanez@csic.es*

### **Resumen:**

Las herramientas de simulación son de gran utilidad para la preparación de procedimientos de inspección por ultrasonidos, ya que ayudan a comprender cómo se comportan las ondas elásticas introducidas en el material inspeccionado y a interpretar las señales de eco recibidas. Podemos distinguir dos tipos principales de simuladores: los que resuelven por métodos numéricos las ecuaciones diferenciales que describen el modelo de propagación, y los que utilizan métodos semianalíticos basados en la superposición de soluciones simples. Los primeros ofrecen generalidad en los escenarios simulados y exactitud en los resultados a costa de una gran exigencia de recursos de procesamiento y mucho tiempo de cálculo. Los métodos semianalíticos, sin embargo, están limitados a escenarios en los que son válidas las soluciones en que se apoyan, a cambio ofrecen tiempos de respuesta mucho mejores.

El simulador que presentamos en este trabajo pertenece a esta última categoría y es aplicable a medios formados por regiones homogéneas e isotrópicas separadas por fronteras con curvaturas suaves, y en las que la intensidad de las ondas de ultrasonidos es lo suficientemente baja para considerar la propagación como un fenómeno lineal. El fundamento del método es la obtención, en cada punto de interés, de la función de transferencia que permite obtener el campo observado a partir de las señales de excitación aplicadas a cada emisor. En el trabajo se demuestra como el método puede manejar de forma natural la reflexión, la refracción y los cambios de modo en las interfaces entre materiales con distintas impedancias acústicas, que son de gran relevancia en aplicaciones de END, y permite modelar de forma sencilla fenómenos como los cambios de la velocidad o de la atenuación del sonido con la frecuencia.

### **Abstract:**

Simulation tools are very useful for the preparation of ultrasonic inspection procedures, since they help to understand how the elastic waves introduced in the inspected material behave and to interpret the received echo signals. We can distinguish two main types of simulators: those that, by numerical methods, solve the differential equations that describe the propagation model, and those that use semi-analytical methods based on the superposition of simple solutions. The former can be applied to a wider class of scenarios and yield accurate results, at the expense of a great demand of processing resources and large computing times. In the other hand, semi-analytical methods are limited to scenarios in which the solutions on which they are based are valid, in return they offer much better response times.

The simulation method described in this paper belongs to this last category and is applicable to media formed by homogeneous and isotropic regions separated by borders with smooth curvatures, and in which the intensity of the ultrasound waves is low enough to consider propagation as a linear phenomenon. The basis of the method is obtaining, at each point of interest, the transfer function that allows obtaining the observed field from the excitation signals applied to each emitter. The work demonstrates how the method can naturally handle reflection, refraction and mode changes at the interfaces between materials with different acoustic impedances, which are of great relevance in NDT applications, and allows us to easily model phenomena such as selective attenuation with frequency or dispersive media in which the speed of sound varies with frequency.

## **Introducción**

Las herramientas de modelado y simulación son importantes para el diseño y planificación de inspecciones en evaluación no destructiva (END) y, en particular, en las que se realizan mediante ultrasonidos. La simulación ayuda, en el diseño de los palpadores, a seleccionar configuraciones idóneas de suelas y transductores. En el diseño de la estrategia de inspección facilita la selección de las posiciones más adecuadas para insonificar las zonas de interés en el componente. Y, como no, sirve de apoyo también para el análisis y la interpretación posterior de los datos resultantes de la inspección, ya que ayuda a identificar señales de eco producidas por elementos constructivos de las piezas y permite predecir firmas esperables de algunos tipos de defectos. Un ejemplo de este tipo de herramientas es CIVA(1) que, a día de hoy, seguramente es la plataforma de referencia en software de simulación para END.

Una parte fundamental de cualquier programa de simulación de inspecciones mediante ultrasonidos son los módulos para el cálculo de los campos elastodinámicos que se forman y evolucionan en el interior de los materiales como consecuencia de la activación de los emisores de los palpadores utilizados. Un tipo de simulación muy habitual y útil en END es el trazado de rayos (2), que trata de determinar las trayectorias (rayos) que sigue la energía acústica por el interior de la pieza inspeccionada, su conocimiento permite calcular los tiempos de vuelo hasta y desde los elementos de interés. Otro gran grupo lo forman métodos que tratan de reproducir efectos ligados a la naturaleza ondulatoria de los ultrasonidos, ya sea resolviendo numéricamente la ecuación de ondas (3) (4), o utilizando soluciones analíticas o semianalíticas aplicables a las configuraciones modeladas (5). Ambos grupos no son excluyentes y hay estrategias que combinan trazado de rayos con el cálculo de campo para obtener métodos aplicables a una clase más amplia de escenarios de inspección (6).

La mayoría de los modelos de simulación utilizados se basan en descripciones de las señales en los dominios del espacio y del tiempo, algunos utilizan representaciones en el dominio de las frecuencias espaciales ( $k$ -space) y temporales (7). En este trabajo esbozamos las posibilidades del método de la Matriz de Transferencia (MT) para ser utilizado en aplicaciones de END. El método MT opera en el dominio del espacio y de las frecuencias temporales y es la extensión natural, para simulación con formas de onda arbitrarias, del método de la Matriz de Transferencia Monocromática propuesto por nuestro grupo (8) (9) para simulación de campos de ondas monocromáticas.

## **El método de la Matriz de Transferencia.**

El método MT es un método de simulación semianalítico que se basa en la solución de la ecuación de ondas escalar en un medio homogéneo e isotrópico. Como sugiere el nombre

que le hemos dado, la hipótesis en que se sustenta es que la propagación de una señal  $e(t)$  desde un emisor puntual hasta un punto del medio en el que se observa la señal  $s(t)$  puede modelarse como un sistema lineal invariante con el tiempo. Esto implica que existe una función de respuesta al impulso  $h(t)$ , tal que la señal observada  $s(t)$  es la convolución de  $h(t)$  con la señal emitida  $e(t)$ . Si en vez de describir las señales como funciones del tiempo utilizamos su representación en el dominio de la frecuencia:  $e(\omega)$  y  $s(\omega)$ , aplicando las propiedades de la transformada de Fourier tenemos que la señal observada es el producto de la emisión por la función de transferencia  $h(\omega)$ :

$$\mathbf{s}(\omega) = \mathbf{h}(\omega)\mathbf{e}(\omega) \quad (1)$$

La función de transferencia, para el caso de un emisor puntual en un medio tridimensional homogéneo e isótropo es la función de Green de espacio libre de la ecuación de ondas:

$$\mathbf{h}(\omega) = \frac{1}{4\pi r} e^{-jk(\omega)r} \quad (2)$$

donde  $r$  es la distancia entre el emisor y el punto de observación, y  $k(\omega)$  es el número de onda:

$$\mathbf{k}(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} \quad (3)$$

$c(\omega)$  es la velocidad del sonido en el medio a la frecuencia  $\omega$  (el medio puede ser dispersivo).

Admitimos también que las amplitudes de las señales que intervienen son lo suficientemente bajas para que sea válido el principio de superposición, que establece que si hay varios emisores actuando el campo en el punto de observación es la suma de las señales que produciría cada uno de los emisores por separado. Con estas dos premisas, en el caso de tener  $N$  emisores, las señales observadas en un conjunto arbitrario de  $M$  puntos puede escribirse como:

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{E}(\omega) \quad (4)$$

$\mathbf{S}(\omega)$  es, a cada frecuencia, el vector columna formado por los coeficientes de Fourier a la frecuencia considerada de las  $M$  señales observadas,  $\mathbf{E}(\omega)$  es el vector columna de los coeficientes de Fourier de las  $N$  señales radiadas y  $\mathbf{H}(\omega)$  es la matriz de transferencia de  $M \times N$ . Cada elemento  $h_{ij}(\omega)$  es la función de transferencia que relaciona el emisor  $j$  con el punto de observación  $i$ .

Con este planteamiento la aplicación del método de la MT para la simulación de campo se resume en los siguientes pasos:

1. Realizar la transformada de Fourier de las señales temporales radiadas desde los emisores para formar los vectores  $\mathbf{E}(\omega)$ .
2. Calcular  $\mathbf{H}(\omega)$  utilizando (2) para todas las frecuencias a las que  $\mathbf{E}(\omega)$  tiene algún componente no nulo.
3. Aplicar (3) para obtener los coeficientes no nulos de las transformadas de Fourier de las señales observadas.
4. Realizar la transformada inversa de Fourier de las señales obtenidas en el paso anterior para obtener las señales observadas en el tiempo. Si lo que se pretende es obtener el patrón de radiación basta multiplicar cada coeficiente obtenido en el paso tres por su complejo conjugado y sumarlos, en cada punto, para obtener la energía

total que pasa por él. La raíz cuadrada de este valor es una representación de la “amplitud” de la señal en el punto de observación considerado.

A continuación veremos algunas consideraciones prácticas para la aplicación del método.

### Modelado de transductores extensos.

En la descripción que hemos hecho del método MT se supone que los emisores son puntuales. En muchos casos la región en la que se quiere calcular el campo está en el campo lejano de los transductores y una representación del mismo como una fuente puntual produce resultados satisfactorios. Cuando esto no es suficiente, una solución es muestrear la superficie de los transductores mediante mallas de puntos y utilizar estas colecciones de puntos como radiadores. Para evitar fenómenos de “aliasing”, el muestreo debe realizarse manteniendo la distancia entre puntos vecinos de la malla inferior a la mitad de la menor longitud de onda que vaya a modelarse. En estos casos puede ser conveniente modelar los elementos de la MT utilizando funciones de Green para condiciones de contorno que se adapten mejor a las características del transductor que se quiere modelar. Una forma genérica de los elementos de la MT es:

$$h_{ij}(\omega) = A(\omega, r_{ij})e^{-jk(\omega)r_{ij}} \quad (5)$$

Donde  $A(\omega, r_{ij})$  es una función que da cuenta de la amortiguación con la distancia, de factores de directividad y de cambios de fase ligados a las condiciones de contorno establecidas. También puede incluir funciones de apodización compleja de la superficie del transductor.

El coste de modelar los transductores con mallas de emisores puntuales es el incremento del número de elementos de  $E(\omega)$  y de columnas de  $H(\omega)$ . Sin embargo, casi todos los transductores pueden considerarse como pistones o como conjuntos de pistones. De esta forma, para cada pistón es posible sustituir todas las columnas de  $H(\omega)$  que lo representan por una sola que es la suma de todas ellas, y mantener un único elemento en  $E(\omega)$  para la señal que emite.

### Modelado de refracción y reflexión en interfaces entre medios con diferente velocidad de propagación.

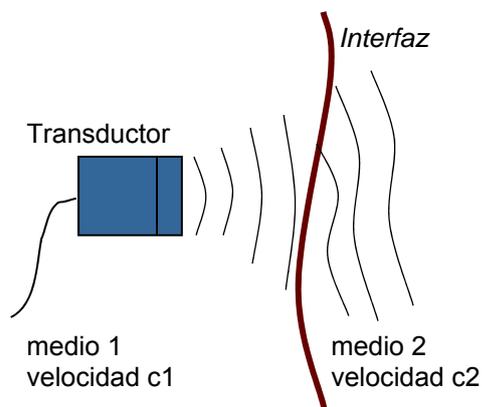


Figura 1. Modelado de interfaces.

Un caso habitual en END es inspeccionar piezas mediante inmersión de la pieza, con empleando cuñas de diversos materiales para realizar el acoplamiento mecánico y acústico entre el transductor y la pieza. También es frecuente inspeccionar piezas formadas por diferentes materiales. Para modelar el efecto de una superficie que separa dos medios con diferentes velocidades de propagación del sonido mediante el método de la MT es necesario introducir una hipótesis adicional, que consiste en considerar que las fronteras entre regiones se comportan como emisores secundarios de una fracción del

campo que reciben.

Así, en el caso representado en la Figura 1, la emisión desde el transductor se propaga a la velocidad  $c_1$  hasta los puntos de la interfaz. Cada punto de ésta reemite una fracción del campo que recibe hacia el medio 2 por el que se propaga hasta los puntos de observación a la velocidad  $c_2$ . Para aplicar el método MT a esta configuración procedemos del siguiente modo:

1. Se muestrea la interfaz con una malla con resolución, al menos, de la mitad de la menor longitud de onda que se vaya a utilizar en cualquiera de los dos medios y se calcula, utilizando (5) con la velocidad del medio 1, la matriz de transferencia  $H_{T1}(\omega)$  desde el transductor a la interfaz.
2. Se modela la matriz de coeficientes de refracción  $F(\omega)$  de las mismas dimensiones que  $H_{T1}(\omega)$ . El término  $f_{ij}(\omega)$  es la fracción de la señal del transductor proveniente del emisor  $j$  por el medio 1 que se refracta en el medio 2 a la frecuencia  $\omega$ .
3. Se calcula, utilizando (5) con la velocidad del medio 2, la matriz de transferencia  $H_{I2}(\omega)$  desde la interfaz a los puntos de observación en el medio 2.
4. Finalmente el campo en los puntos de observación del medio 2 se obtiene como:

$$S(\omega) = H_{I2}(\omega)(F(\omega) \circ H_{T1}(\omega))E(\omega) \quad (6)$$

El símbolo  $\circ$  representa el producto de Hadamard (multiplicación elemento a elemento de matrices de las mismas dimensiones).

La reflexión en la interfaz se trata de forma semejante, utilizando la matriz de transferencia  $H_{I1}(\omega)$  desde la interfaz a puntos de observación en el medio 1 y la matriz de coeficientes de reflexión  $X(\omega)$  que modela la fracción de señal proveniente cada emisor del transductor que se refleja en cada punto de la interfaz.

### **Cambios de modo en las interfaces.**

Los cambios de modo se simulan por separado con modelos que utilizan, en las matrices de transferencia, las velocidades correspondientes a la pareja de modos de propagación simulados, y con las matrices de coeficientes de refracción y reflexión adecuadas.

### **Calculo de señales en pulso-eco.**

El modelado de las señales reflejadas se trata de la misma forma que la reflexión en una interfaz. Se consideran los reflectores como emisores secundarios de una fracción de la señal que los alcanza, y se calcula la propagación de las señales reflejadas hasta los receptores.

### **Manejo del tiempo simulando en el dominio de la frecuencia.**

El método de la MT, al operar en el dominio de la frecuencia, obliga a plantearse cómo implementar asuntos como el establecer los instantes inicial  $t_0$  y final  $t_f$  deseados en las señales simuladas, que son obvios en las simulaciones en el dominio del tiempo. La respuesta a estas cuestiones se deriva de la dualidad entre los dominios del tiempo y de la frecuencia.

El teorema del muestreo señala que las señales temporales aplicadas a los transductores deben muestrearse, al menos, al doble de la máxima frecuencia que contienen para obtener una representación correcta de las mismas en el dominio de la frecuencia. Establecida la frecuencia de muestreo  $f_s$ , la duración deseada de la simulación determina el número de muestras a utilizar:  $N_m = (t_f - t_0)f_s$ . La duración en el tiempo deseada de las señales

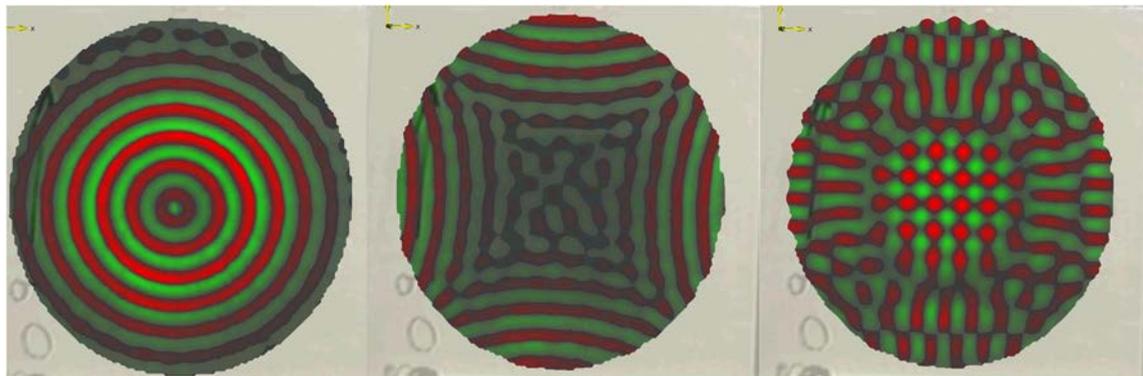
simuladas también marca un límite a la resolución en frecuencia  $\omega_s$  con la que hay que calcular las señales simuladas en el dominio transformado, que debe ser menor o igual que el inverso de la duración deseada de las señales simuladas:  $\omega_s \leq 1/(t_f - t_0)$ .

El desplazamiento en el tiempo de las señales calculadas en frecuencia es una operación necesaria para, por ejemplo, alinear las señales con el instante de inicio  $t_0$  deseado o, en simulaciones con transductores phased array, implementar leyes focales. Aplicar un desplazamiento temporal  $\tau$  a una señal descrita en el dominio de la frecuencia se realiza modulándola con la exponencial compleja:  $\exp(-j2\pi\tau\omega)$ .

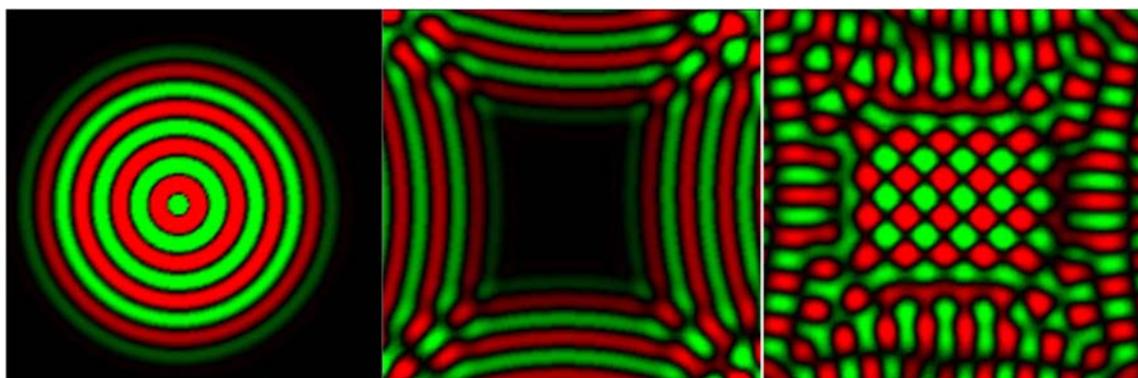
### Algunos ejemplos de simulación con el método MT.

Para ilustrar las capacidades del método de simulación de la MT presentamos dos ejemplos de simulaciones realizadas con el programa de cálculo MATLAB<sup>®</sup>.

En el primero se modela la emisión de un pulso de tres ciclos de duración a 100KHz desde un transductor situado en el centro de una placa cuadrada de aluminio de 300mm de lado y 2mm de espesor. En la simulación se modela la propagación del pulso emitido, sus reflexiones en los bordes de la placa y la formación de patrones de interferencia por las ondas reflejadas en los bordes. En la Figura 2(a) se muestran los resultados de las medidas obtenidas en una placa real utilizando un vibrómetro Polytec PSV400.



(a) Medidas realizadas con un vibrómetro láser.



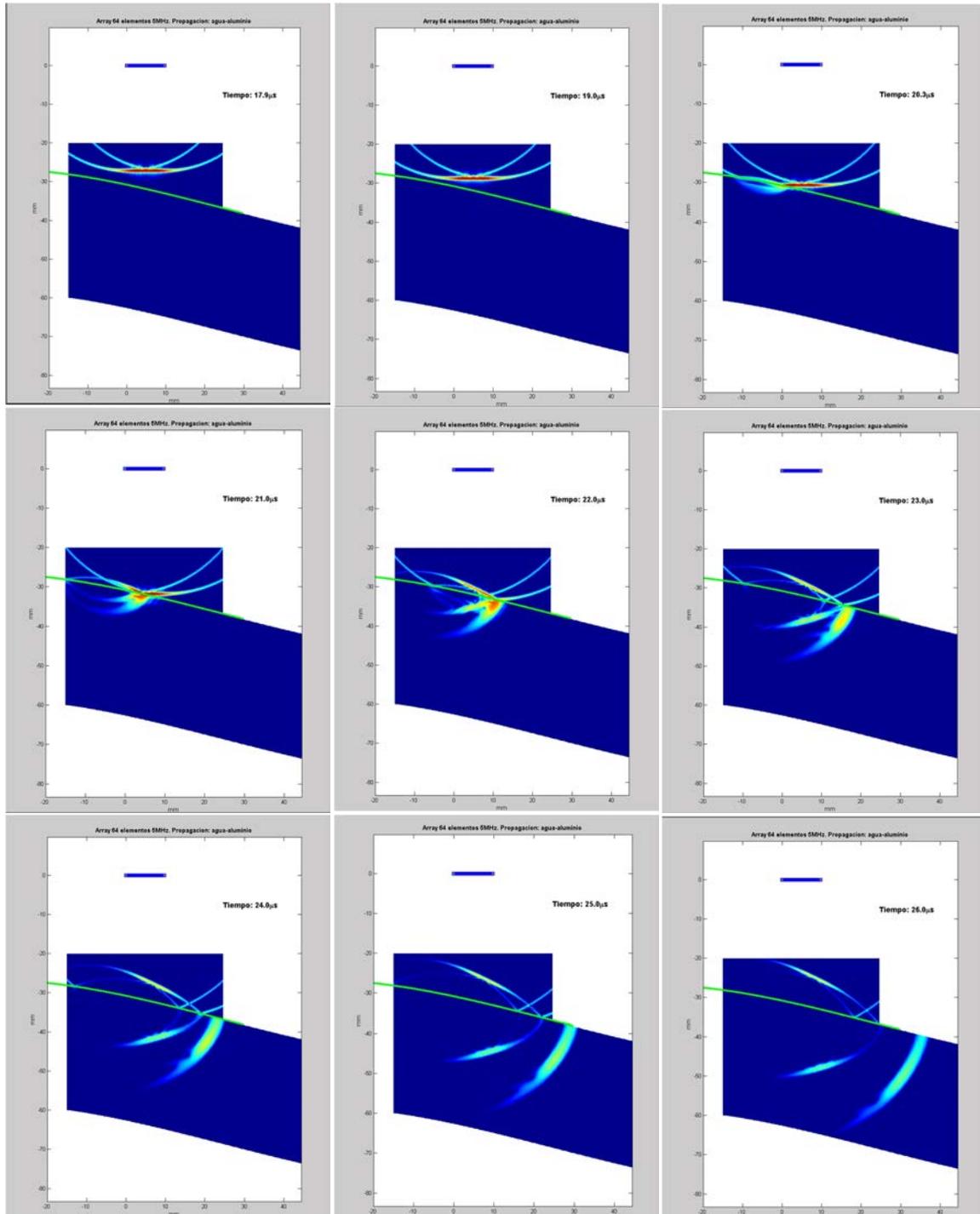
(b) Resultados de la simulación con el método de la MT.

**Figura 2. Propagación de un pulso de ondas de  $\lambda$  a 100 KHz en una placa de aluminio. (a) medidas realizadas con un vibrómetro láser. (b) resultados de la simulación con el método de la MT.**

La imagen de la izquierda corresponde el estado de vibración a los 88 $\mu$ s de la emisión del

pulso, la del centro a los  $163\mu\text{s}$  y la de la derecha a los  $228\mu\text{s}$ . Las imágenes de la Figura 2(b) son el resultado de la simulación realizada. Puede observarse una buena concordancia de las señales simuladas con las medidas.

En el segundo ejemplo hemos modelado la propagación de un frente de ondas plano de 5MHz emitido por un array de 64 elementos. El pulso generado viaja por agua hasta alcanzar la superficie curva de una pieza de aluminio, donde una parte se refleja y otra entra en el material formando un pulso de ondas longitudinales y otro de ondas transversales.



**Figura 3. Simulación de la reflexión y refracción en una interfaz agua-aluminio. El tiempo entre imágenes es  $1\mu\text{s}$ .**

En la Figura 3 se muestran los resultados de la simulación a intervalos de  $1\mu\text{s}$ . En cada imagen se ha representado la amplitud instantánea de en cada punto del espacio.

### **Conclusiones.**

El método de la Matriz de Transferencia es una opción a considerar para realizar simulaciones de inspección por ultrasonidos en aplicaciones de END. Ofrece un procedimiento sistemático de abordar la simulación de campos de ultrasonidos basado en operaciones con matrices, que pueden ser programadas de forma simple y eficiente y adaptarse fácilmente a sistemas de cálculo en paralelo.

Con el método MT se calcula por separado la contribución de cada frecuencia al resultado final por lo que es sencillo extenderlo para implementar fenómenos como la absorción/atenuación por el medio ligados a la frecuencia, o los cambios de velocidad con la frecuencia que se producen en medios dispersivos, como las ondas de Lamb en placas, que son temas de gran interés en END.

### **Agradecimientos.**

Este trabajo está financiado por la Agencia Estatal de Investigación y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (AEI/FEDER, UE) a través del proyecto DPI2016-80239-R.

### **Referencias.**

- (1) <http://www.extende.com>, CIVA software website. [accedido 22-04-2019 ]
- (2) Turnbull A., Garton M., “Ultrasound ray tracing in arbitrary complex geometries.” Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation. Springer, Boston, MA, 1995. [artículo]
- (3) Drozd M. B., “Efficient finite element modelling of ultrasound waves in elastic media.” 2008. Tesis Doctoral. Imperial College London. [libro]
- (4) Molero-Armenta M., et al., “Optimized OpenCL implementation of the Elastodynamic Finite Integration Technique for viscoelastic media”. Computer Physics Communications, vol. 185, no 10, 2014. [artículo]
- (5) Stepanishen P. R., “Acoustic transients from planar axisymmetric vibrators using the impulse response approach.” The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 70, no 4, 1981, [artículo].
- (6) Gengembre N., Lhémy, Al., “Pencil method in elastodynamics: application to ultrasonic field computation.” Ultrasonics, vol. 38, no 1-8, 2000. [artículo]
- (7) Walker W.F., Trahey G. E., “The application of k-space in pulse echo ultrasound.” IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 45, no 3, 1998. [artículo]
- (8) Ibáñez A., et al. “Simulation of ultrasonic continuous wave fields in homogeneous media with soft curved interfaces.” En 9th European Conference on NDT. 2006. [conferencia]
- (9) Ibáñez A., et al. “Monochromatic Transfer Matrix method for acoustic field simulation through media boundaries.” Physics Procedia vol. 3, no 1, 2010. [artículo]