# CONFORMACIÓN SAFT BASADA EN EL MÉTODO DE LOS MOMENTOS APLICADO A LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LAS FASES

Virginia Yagüe-Jiménez\*(<u>virginia.yague@csic.es</u>), Montserrat Parrilla Romero, Alberto Ibáñez Rodríguez, Óscar Martínez-Graullera.

Instituto de Instituto de Tecnologías Físicas y de la Información "Leonardo Torres Quevedo", Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

#### Resumen

Las estructuras de arrays dispersos que aplican la técnica SAFT suponen una buena alternativa para la generación de imagen ultrasónica 3D. Este tipo de topologías persiguen maximizar la resolución de los sistemas de imagen a costa de distribuir los elementos en áreas de mayor tamaño al habitual. Siguiendo esta filosofía, es posible obtener figuras de mérito equivalentes a las propias de los arrays matriciales, con un menor número de elementos.

Sin embargo, estos esquemas potencian ciertas aberraciones en las imágenes, debido al patrón no uniforme de muestreo en la superficie de la apertura, así como a sus limitaciones espaciales. Éstas se traducen en réplicas en la reconstrucción, que pueden derivar en inspecciones erróneas.

Definiendo las diferentes fuentes de sesgo en la estimación de la reflectividad de la estructura bajo estudio, es posible mitigar estos efectos. En este trabajo identificamos dos problemáticas, que se abordarán simultáneamente: las debidas a las diferencias en la sonificación del medio en escenarios con fuertes cambios de impedancia y aquéllas relacionadas con el ancho de banda del sistema de generación y adquisición. Para ello tomaremos como punto de partida la información referente a la función analítica de las señales recibidas, particularizadas en el instante temporal correspondiente a cada voxel analizado. Por tanto, dispondremos de  $N^2$  fasores por cada unidad de análisis, lo que supone un conjunto representativo de datos para emplear descriptores estadísticos.

El método de conformación planteado en este trabajo se basa en el estudio del comportamiento de la función de densidad de probabilidad de las fases (fdp.) para diferentes condiciones de reflectividad en el punto de análisis. A lo largo del trabajo se demostrará como, a partir de descriptores propios de la estadística circular, es posible inferir un estimador general, representativo de la estructura bajo estudio. En concreto, se hará uso de los momentos circulares de la fdp. de las fases, ya que éstos son descriptores fiables de su naturaleza y, por tanto, aportan información adecuada a la problemática.

Para comprobar la validez del método, hemos planteado dos tipos de escenarios procedentes de simulaciones y medidas experimentales. Los primeros servirán para determinar en condiciones controladas las capacidades del conformador. Las pruebas experimentales se centrarán en escenarios comprometidos, compuestos por piezas metálicas complejas sumergidas en agua. Este tipo de geometrías ponen de manifiesto claramente los alias generados por los sistemas de conformación tradicionales basados en la media y cómo el método propuesto mitiga el efecto de estas aberraciones.

La apertura empleada en la inspección se compone de 64 elementos dispuestos en forma de anillos segmentados. Esta filosofía de conformación puede ser extrapolable a otras disposiciones dispersas sin pérdida de generalidad.

#### Introducción

La mayoría de los sensores empleados en el área de la evaluación no destructiva siguen patrones de colocación de elementos uniformes, más concretamente su diseño se fundamenta en el hecho de que una separación constante de los elementos de  $\lambda/2$  minimiza la influencia de los lóbulos laterales en la generación de la imagen [1]. Sin embargo, este fenómeno no es extrapolable a las aperturas 2D, ya que en el caso de las aperturas matriciales esta fuente de aberraciones, no se mitiga. A su vez, esta limitación en el diseño impone una resolución lateral del sistema para un número de elementos dado. Es por ello, que en los últimos años los diseñadores de aperturas se hayan decantado por geometrías dispersas, que permiten aumentar la superfície de análisis del array y, por tanto, no verse sujetos a la limitación impuesta por los arrays uniformes [2]. Otra ventaja que aportan este tipo de diseños es el de la dispersión en el muestreo de la superfície en el dominio del coarray bidimensional, evitando así los efectos de aliasing provocados por los patrones uniformes habituales [3].

En este trabajo se pretende enmarcar este tipo de escenarios y analizar cómo un conformador basado en el uso de la información de fase puede dar como resultado un mayor contraste y fiabilidad a medidas realizadas mediante aperturas bidimensionales dispersas.

## El coarray como herramienta de análisis estadístico de superficie.

En el modelo de conformación basado en la estrategia de adquisición FMC ("Full Matrix Capture"), disponemos de  $N^2$  señales. Estas proceden de todas las combinaciones posibles de N transductores, que funcionan a la vez como emisores y receptores. Con el fin de disponer de este banco de señales desagregado, los sistemas de generación funcionan en modo 1:N, esto implica que cada transmisor se excita en ventanas temporales lo suficientemente separadas como para permitir la relajación de la estructura estudiada. Por cada disparo de cada uno de los transductores, se reciben N señales procedentes de todos los elementos que componen el array. Esta operación se repite para todos los elementos hasta completar el banco S de  $N^2$  señales.

A partir de estos datos es posible generar una imagen representativa de la estructura aplicando retardos en las señales capturadas a modo de focalizador sintético, técnica conocido como TFM ("Total Focussing Method"). Esto es, para cada vóxel de análisis, situado en un punto  $p_a$  particularizaremos temporalmente cada una de las señales del banco S, obteniendo así  $N^2$  valores representativos por voxel. Aunque la motivación de este trabajo se concentre en el estudio estadístico de los conjuntos de formados por estos valores, es importante ligar su comportamiento geométrico con respecto a la superficie de análisis. Para ello, partimos de un punto de análisis  $p_a$  de coordenadas cartesianas ( $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$ ) y esféricas ( $R_a$ ,  $\theta_a$ ,  $\phi_a$ ). La distancia existente entre este punto y cualquier otro, perteneciente al plano XY,  $p_0$  ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $\theta$ ) puede expresarse aplicado en típico cambio de variable al plano UV ( $u_a = \sin \theta_a \cos \phi_a$ ,  $v_a = \sin \theta_a \sin \phi_a$ ) como:

$$d(p_0, p_a) = \left[ (x_0 - x_a)^2 + (y_0 - y_a)^2 + z_a^2 \right]^{\frac{1}{2}} = R_a \left[ 1 - \frac{(2u_a x_0)}{R_a} - \frac{(2v_a y_0)}{R_a} + \frac{x_0^2 + y_0^2}{R_a^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tag{1}$$

Teniendo en cuenta la expansión en series de Taylor:  $(1+\varepsilon)^{1/2} = 1 + \varepsilon/2 - \varepsilon^2/8 + \varepsilon^3/16...$  y la aproximación de campo lejano, la expresión (1) puede expresarse como  $d(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_a) \approx R_a + [-u_a \ x_0 - v_a \ y_0]$ . Teniendo en cuenta esto, en un escenario isótropo de velocidad de

propagación c, podemos aproximar el retardo existente entre el par transmisor-punto de análisis-receptor, estando ambos sensores situados en el plano XY, como  $\tau(\boldsymbol{p}_a)|_{t,r} = d(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{p}_a,\boldsymbol{r})/c = (2R_a + [u_a(x_t + x_t) + v_a(y_t + y_r)])/c$ , siendo  $\boldsymbol{t}$  y  $\boldsymbol{r}$  las posiciones correspondientes a un determinado par transmisor receptor,  $(x_t, y_t, 0)$  y  $(x_r, y_r, 0)$ , en coordenadas cartesianas, respectivamente. Esta expresión se simplifica si empleamos el dominio del coarray  $(\chi = x_t + x_t, \psi = y_t + y_r)$  para definir las posiciones de los pares [4]:

$$\tau(\boldsymbol{p}_{a})|_{(t,r)} = \frac{d(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{p}_{a}, \boldsymbol{r})}{c} = \frac{2R_{a} - u_{a}\chi_{(t,r)} - v_{a}\psi_{(t,r)}}{c}$$
(2)

Dado que disponemos de un banco de señales, formado por  $N^2$  señales podemos definir para cada vóxel situado en  $p_a$  una superficie compleja en el dominio  $(\chi, \psi)$ , particularizando estas señales a los retardos correspondientes a cada par formado por t y r. Esta superficie se encuentra muestreada de forma dispersa, siendo la naturaleza de este muestreo crucial a la hora de realizar el subsiguiente análisis estadístico.

Supongamos ahora uno de los elementos de la apertura se encuentra activo y emite un pulso de ancho de banda limitado, modulado por seno de frecuencia  $f_c$ . La geometría bajo estudio se encuentra formada por F elementos, los cuales reflejan la señal emitida por el elemento activo. Este fenómeno se repite para los N elementos que conforman el array. Por tanto, las señales que conforman el banco se corresponden con  $s_{t-r}(t) = \sum_{\forall f \in F} \rho_f s(t-t_f)$ , donde  $\rho_f$  representa el coeficiente de reflectividad de la fuente f y  $t_f$  es el retardo que se produce en la señal original entre los puntos t-f-r, donde  $t_f \approx \tau(f)|_{t-r}$ , según la ecuación (2). Si expresamos este banco, sujeto al dominio del coarray  $(\chi, \psi)$ :

$$S(\chi, \psi, t) = \sum_{\forall f \in F} \rho_f s\left(\frac{t - (2R_f - u_f \chi - v_f \psi)}{c}\right)$$

A su vez, para cada uno de los puntos de análisis, particularizamos t como  $\tau(\mathbf{p}_a)$ , que en su versión continua en el dominio del coarray se corresponde con  $T(\chi,\psi)|_{\mathbf{p}a}$ , entonces tenemos una superficie de análisis correspondiente a cada vóxel equivalente a:

$$S(\chi, \psi) = \sum_{\forall f \in F} \rho_f s \left( T(\chi, \psi) \Big|_{p_a} - \frac{2R_f - u_f \chi - v_f \psi}{c} \right) = \sum_{\forall f \in F} \rho_f s \left( \frac{2R_\Delta + u_\Delta \chi + v_\Delta \psi}{c} \right)$$

donde  $R_{\Delta} = R_a - R_f$ ,  $u_{\Delta} = u_a - u_f$  y  $v_{\Delta} = v_a - v_f$ . Del argumento de *s* en la expresión anterior se deprende que la superficie compleja  $S_{pa}(\chi, \psi)$  se puede expresar como versiones escaladas y rotadas de la señal emitida por los transmisores:

$$S_{pa}(\chi,\psi) = \sum_{\forall f \in F} \rho_f s(w(t-\tau)) \mathbf{R}_f$$
(3)

siendo  $\mathbf{R}_f$  la matriz de rotación correspondiente a la inclinación del plano UV de la ecuación anterior. De aquí se deprenden una conclusión directa: la reflectividad del medio en el punto de análisis se corresponde directamente con la información de señal continua correspondiente a  $w(t-\tau)=0$ .

## Densidad en el muestreo de la superficie del coarray dispersos

La complejidad de la superficie del coarray depende, según lo expuesto en la sección anterior, del número de fuentes presentes en la estructura bajo estudio, así como de la relación espacial existente entre éstas y el punto de análisis. Ésta se encuentra acotada en frecuencia, pero no en número de componentes ni posición.

En este escenario, es crucial definir la estrategia de muestreo de la superficie S [5]. A priori, y dado que las rotaciones impuestas por  $\mathbf{R}_f$  se encuentran uniformemente

distribuidas en el intervalo  $\phi = (0, 2\pi]$ , con el fin de no hacer predominante ninguna dirección, las mejores aperturas posibles serán aquellas que contengan sus elementos en el interior de una circunferencia. Sin embargo, esta condición ha de ser cumplida simultáneamente con una fdp. de los elementos del coarray uniforme con  $\phi$ . Por otro lado, la fdp. de los elementos del corray con respecto a r, determinará el patrón de directividad axial.

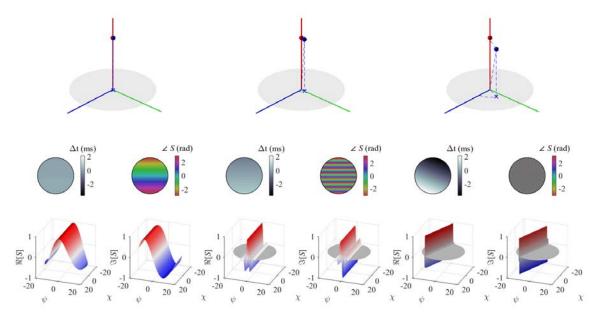


Figura 1. Superficie del coarray para distintos puntos de análisis, en presencia de una fuente puntual en el eje z.

Por simplicidad, partiremos de una apertura cuyos elementos se encuentran repartidos uniformemente a lo región  $\Omega$ , de radio  $N\lambda$ . A priori, estas restricciones son sencillas de cumplir, sin embargo, dado que N es relativamente bajo, para cumplir las restricciones impuestas anteriormente es necesario recurrir a patrones concretos de diseño [6]. Si se ha cumplido todo lo anterior, podemos describir la fdp. de la malla como:

$$f_{\Omega}(x,y) := \frac{1}{\pi R^2}$$
 si  $x^2 + y^2 \le R^2$ ; 0 en el resto

Dando que la geometría del problema posee simetría de revolución con respecto al eje z, su transformada de Radon será independiente de  $\phi$ , y se encontrará acotada en r por R:

$$\mathcal{R}\{f_{\Omega}\}(r,\phi) = \frac{2}{\pi R^2} \sqrt{R^2 + r^2}$$
 si  $|r| \le R$ ; 0 en el resto

La disposición de los elementos en dominio del coarray viene dada por la suma de Kronecker reiterada de las posiciones de la apertura:  $C = x \oplus x$ . Suponiendo la superficie de la apertura es lo suficientemente densa, su fdp. se correspondería con  $g_{\Omega} = f_{\Omega} * f_{\Omega}$ . Esta convolución, ya que tenemos simetría de revolución se corresponde con:

$$\mathcal{R}\{f_{\Omega} * f_{\Omega}\}(r, \phi) = \mathcal{R}\{f_{\Omega}\} * \mathcal{R}\{f_{\Omega}\}$$

El hecho de que la fdp. de la malla de muestreo de la superficie sea uniforme en  $\phi$  se traduce en que al emplear aperturas dispersas y conformadores basados en SAFT aseguramos que todas las direcciones reciban un trato equivalente. La PSF obtenida con este tipo de sistemas equivale a una delta de Dirac polar, con un ancho de banda relacionado con el diámetro total de la apertura. Por otro lado, como los elementos del array originario no siguen un patrón "rígido", la superficie del coarray se encuentra

muestreada de forma "pseudoaleatoria", minimizando así los artefactos producidos por patrones de muestreo regulares. Es importante destacar que la propia densidad de muestreo presente en el coarray actúa como un apodizador natural, ya que, si la densidad originaria del coarray se acerca a una distribución uniforme dentro del soporte de la circunferencia de radio R, la fdp. de la rejilla de muestreo del coarray seguirá una función continua decreciente en r.

## Función de distribución de la fase sujeta al muestreo sobre el coarray

Según lo expuesto en la ecuación (3), la fdp. tanto de la fase como de la amplitud de las  $N^2$  señales que muestrean la superficie  $S_{pa}(\chi,\psi)$  son representativas de la reflectividad del punto de análisis. Éstas las podemos modelar como sumatorios de M fuentes sinusoidales conformadas, por tanto, los fasores correspondientes a cada punto de la superficie del array pueden expresarse como:

$$\Re\left\{S_{p_a}(\chi,\psi)\right\} = \sum_{m=1}^{M} a_m \cos\left(\alpha_m\right) \qquad \Im\left\{S_{p_a}(\chi,\psi)\right\} = \sum_{m=1}^{M} a_m \sin\left(\alpha_m\right) \tag{4}$$

Donde  $a_m$  y  $\alpha_m$  son las amplitudes y las fases correspondientes a cada una de las contribuciones de las M fuentes presentes en la estructura, una vez focalizadas. No obstante, a pesar de poder asumir estas M distribuciones como independientes, dada la naturaleza del problema, nos encontramos ante un escenario de sumas que pueden ser o no coherentes. De la expresión (4) se desprende que el conjunto de  $N^2$  muestras, para cada uno de los puntos de análisis vendrá representado por:  $\dot{S}_n = b_n \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi n}$ .

En este trabajo únicamente nos centraremos en el estudio de la fdp. de las fases  $f(\varphi)$ , y su comportamiento en presencia o no de fuente para el voxel de análisis. Esta función no ha de seguir una distribución uniforme en el intervalo  $(0, 2\pi]$ , si no que se encuentra ligada a la forma de la señal generada y escala  $s(w(t-\tau))$  de la expresión (3). Si imponemos que la señal emitida s se corresponda con un pulso gaussiano, las señales se encuentran perturbadas por un ruido aditivo gaussiano, y en la estructura sólo existe un reflector, podemos asumir que  $f(\varphi)$  se corresponde con una función de Von Mises (VM) [7]:

$$f(\varphi) = \frac{e^{\kappa} \cos(\varphi - \mu)}{2 \pi I_0(\kappa)}$$

donde  $\kappa$  es un parámetro no negativo representativo de la varianza circular de  $f(\varphi)$  e  $I_0$  es función modificada de Bessel de orden cero. El parámetro  $\kappa$  gobierna la forma de la función. Típicamente, en el caso de encontrarnos en un escenario en el que los vectores correspondientes a la superficie S no tengan una dirección predominante,  $\kappa=0$  y, por tanto,  $f(\varphi)=1/2\pi$ . Por el contrario, si los pares se encuentran completamente focalizados tenemos una dirección predominante y esta función se corresponde con una gaussiana circular. En el caso considerado (aperturas circulares dispersas), dado el patrón decreciente de la fdp de la malla con respecto a r, este caso no es posible, y por tanto se recurrirá al modelo VM, en el caso de existencia de fuente en el punto  $p_a$ .

En la Figura 2 se representa el comportamiento de los fasores  $\hat{S}_n$ , para distintos puntos de análisis (primera fila) en presencia de una sola fuente puntual y empleando como sensor una apertura de 256 elementos siguiendo un patrón en espiral de Fermat [6] de  $64\lambda$  de diámetro. Estas constelaciones reflejan la influencia del ruido presente en la medida (muestras azules) y su distribución en un entorno sin ruido (línea negra). Es evidente que la forma de  $f(\varphi)$  depende mayoritariamente de la posición del punto de análisis con respecto a la fuente.

Por desgracia, este modelo sólo es válido para escenarios con una única fuente, dentro de una cierta región de interés. Sin embargo, en presencia de múltiples fuentes la fdp. de la fase se puede representar mediante la mixtura de VM (MVMn) [8]:

$$f(\varphi) = \sum_{i=1}^{n} w_{i} \frac{e^{(\kappa_{i}\cos(\varphi - \mu_{i}))}}{2\pi I_{o}(\kappa_{i})}$$
(5)

donde  $w_i$  es la contribución a la fdp. de la VM-iésima de parámetros característicos  $\mu_i$  y  $\kappa_i$ . A priori, el orden n de la mixtura no se encuentra acotado, ya que, debido a las sumas coherentes presentes en la superficie del coarray, una combinación de m fuentes puede producir una mixtura de orden superior. Sin embargo, es posible determinar n a partir de métodos estadísticos.

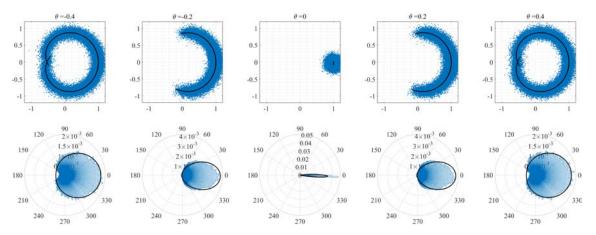


Figura 2. Constelaciones correspondientes a diferentes puntos de un mismo arco en presencia de una fuente puntual situada en el eje z a una distancia de 15mm. Segunda fila:  $f(\varphi)$  así como su ajuste a la VM más verosímil.

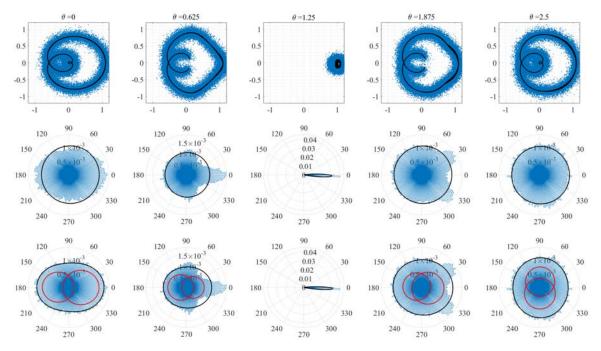


Figura 3. Constelaciones correspondientes a diferentes puntos de (r=15mm) y dos fuentes puntuales  $P_1(15mm,1'25^\circ,0)$  y  $P_2(15mm,1'25^\circ,0)$ . Segunda fila:  $f(\varphi)$  y ajuste VM (negro). Tercera fila: MVM2 (rojo-componentes, negro-composición).

En la Figura 3 queda patente este fenómeno. A pesar de que los cuatro puntos de análisis se corresponden con una zona de influencia directa de dos fuentes, se aprecia como el ajuste MVM2 no es el adecuado.

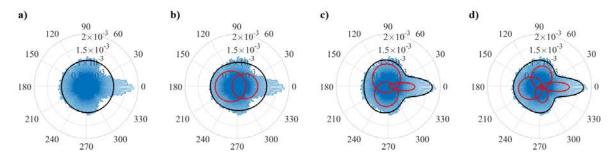


Figura 4. Ajustes de f(phi) para  $p_a$  (15mm, 0.625°,0), escenario equivalente a la Figura 3: a) VM b) MVM2 c) MVM3 d) MVM4.

Es necesario recurrir a una MVM4, como se muestra en la Figura 4: para conseguir un buen modelado. En cualquier caso, aunque sea factible determinar el orden la mixtura, esta estrategia conlleva un alto coste computacional, al igual que en el caso de los ajustes mediante múltiples gaussianas.

## Estimador propuesto dado el escenario de análisis:

Teniendo en cuenta la variedad de las posibles distribuciones presentes a lo largo de cada vóxel de la imagen, y la expresión (5), es notorio la incapacidad de cualquier estimador basado en la premisa de la monomodalidad de la fdp. subyacente. Si bien es cierto que, en presencia de una sola fuente en la región de integración, esta premisa se cumple y múltiples autores han empleado esta propiedad para plantear estimas basadas en este tipo de modelo [9]. Partiendo de la base de que  $f(\varphi)$  tiende a la monomodalidad y concentración en presencia de fuente y, por el contrario, a la multimodalidad y la dispersión en su ausencia, plantemos la explotación de los momentos de orden superior como descriptores de la reflectividad en el punto de análisis. Según la paridad de su orden p, cualitativamente éstos se relacionarán con propiedades concretas de la fdp:

Momentos de orden par (varianza y kurtosis): Están relacionados con la concentración, ya que ambos varían rápidamente al alejarnos de la fuente.

Momento de orden impar (skeness): Relativo a la simetría. Se empleará como penalizador en el caso de ser su valor absoluto mayor a 0.

Como este trabajo se ha centrado en estructuras que presentan fuertes cambios de impedancia, se ha decidido sustituir la varianza circular por  $\kappa$ , ya que esta es más discriminativa en estos escenarios y además su cuadrado se encuentra directamente relacionado con la amplitud de la envolvente en caso de fuente [10].

Teniendo todo ello en cuenta se propone el siguiente conformador:

$$MMCbf(dB) = 20 \log_{10}(\kappa^{2}) + 20 \log_{10}\left(\left(1 - \left|\overline{Skew[f(\varphi)]}\right|\right)^{3}\right) + 20 \log_{10}\left(\overline{Kurt[f(\varphi)]}^{4}\right)$$
(6)

donde los valores tanto de la kurtosis como del skeness han sido normalizados entre 0 y 1 a lo largo de toda la imagen. Para estimar los momentos superiores es necesario calcular los siguientes valores preliminares [11]:

$$\begin{split} C_p &= \sum_{i=1}^{N^2} \cos(p\varphi_i), \ \overline{C_p} = \frac{C_p}{N^2} \\ S_p &= \sum_{i=1}^{N^2} \sin(p\varphi_i), \ \overline{S_p} = \frac{S_p}{N^2} \\ R_p &= \sqrt{C_p^2 + C_p^2}, \ \overline{R_p} = \frac{R_p}{N^2} \end{split} \qquad T_p = \begin{cases} \tan^{-1} \frac{\overline{S_p}}{\overline{C_p}} & \overline{C_p} > 0 \land \overline{S_p} > 0 \\ \tan^{-1} \frac{\overline{S_p}}{\overline{C_p}} + \pi & \overline{C_p} < 0 \\ \tan^{-1} \frac{\overline{S_p}}{\overline{C_p}} + 2\pi & \overline{C_p} > 0 \land \overline{S_p} < 0 \end{cases}$$
 
$$Skew [f(\varphi)] = \frac{\overline{R_2} \sin(T_2 - 2T_1)}{1 - \overline{R_1}^{(3/2)}} \qquad Kurt [f(\varphi)] = \frac{\overline{R_2} \cos(T_2 - 2T_1) - (\overline{R_1})^4}{(1 - \overline{R_1})^2} \end{split}$$

Para estimar  $\kappa$  empleamos la solución de MLE, en donde:

$$\frac{I_0(\kappa)}{I_0(\kappa)} = \overline{R_1}$$

A partir de esta relación, y dado que  $N^2$  es suficientemente alto como para no considerar sesgada la estima, podemos aproximar  $\kappa$  mediante:

$$\kappa = \begin{cases} 2 \overline{R_1} + \overline{R_1}^3 + \frac{5 \overline{R_1}^5}{6} & \overline{R_1} < 0.53 \\ -0.4 + 1.39 \overline{R_1} + \frac{\overline{0.43}}{1 - \overline{R_1}} & 0.53 \le \overline{R_1} < 0.83 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^2 + \overline{R_1}^3} \quad \overline{R_1} \ge 0.83$$
a)
b)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^2 + \overline{R_1}^3} \quad \overline{R_1} \ge 0.83$$
c)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^2 + \overline{R_1}^3} \quad \overline{R_1} \ge 0.83$$
d)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^2 + \overline{R_1}^3} \quad \overline{R_1} \ge 0.83$$
c)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^3 + \overline{R_1}^3} = 0.83$$
d)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^3} = 0.83$$
d)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^3} = 0.83$$
d)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} + 4 \overline{R_1}^3} = 0.83$$
e)
$$\frac{1}{3 \overline{R_1} +$$

Figura 5. Resultados para fuentes puntuales de misma potencia. Cortes axiales y laterales. Los estimadores de los momentos se representan según aparecen en (6).

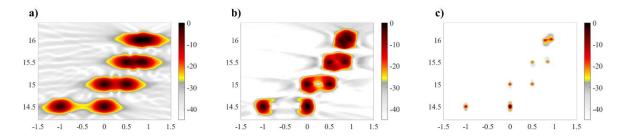


Figura 6. Resultados para fuentes puntuales de misma potencia: a) DAS b) Coherencia de fase c) MMCbf.

Las figuras 5 y 6 ponen de manifiesto que el estimador propuesto aumenta considerablemente la resolución tanto axial como lateral del sistema. Para ello, se han simulado diferentes geometrías puntuales a partir del mismo escenario que en el empleado en la sección anterior, con modificaciones en la geometría, únicamente. El sistema propuesto elimina tanto los lóbulos laterales como mitiga los lóbulos secundarios hasta en 20 dB con respecto al conformador de fase basado únicamente en la varianza. Si bien es cierto que, en escenarios con fuentes duales en el mismo arco, la influencia del skeness es prácticamente nula, quedando en manos de  $\kappa$  y la kurtosis la mejora.

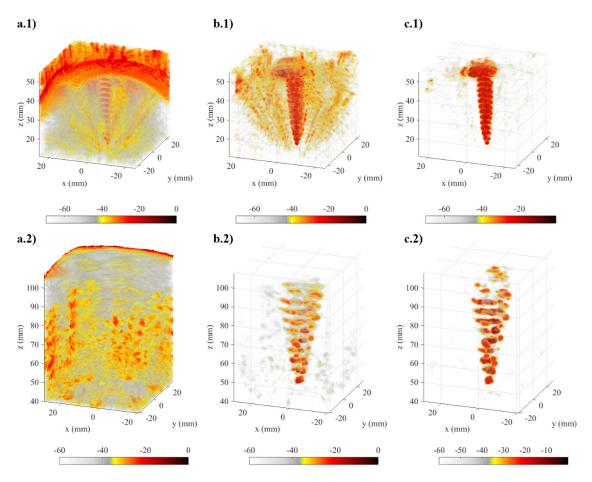


Figura 7. Imagen 3D obtenida para un tornillo (1) y una broca de pagoda (2) inmersa en agua. a) DAS b) Coherencia de fase c) MMCbf.

En la Figura 7 se muestran los resultados de aplicar el MMCbf sobre dos piezas metálicas diferentes con un sistema de adquisición real. El sensor empleado está compuesto por 64 elementos dispuestos en forma de anillos segmentados y opera a una frecuencia de 1.68

MHz. En el caso (b), el sistema de adquisición opera al 25% de su margen dinámico habitual, poniendo de manifiesto la robustez del estimador empleado.

#### **Conclusiones**

En este trabajo se ha demostrado como la fdp. de las fases, una vez aplicado un sistema de TFM, permite la obtención de imágenes 3D de una gran resolución, así como con un contraste adecuado. A su vez ofrece un método robusto en sistemas con conversores A/D de baja resolución.

## Agradecimientos

Este trabajo está financiado por la Agencia Estatal de Investigación y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (AEI/FEDER, UE) a través del proyecto DPI2016-80239-R.

#### Referencias

- (1) B. D. Steinberg, *Principles of aperture and array system design: including random and adaptive arrays.* John Wiley & Sons Canada, Limited, 1976.
- (2) B. Diarra, M. Robini, P. Tortoli, C. Cachard, and H. Liebgott, "Design of Optimal 2-D Nongrid Sparse Arrays for Medical Ultrasound," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 60, no. 11, pp. 3093–3102, Nov. 2013.
- (3) R. J. Kozick and S. A. Kassam, "Synthetic aperture pulse-echo imaging with rectangular boundary arrays (acoustic imaging)," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 2, no. 1, pp. 68–79, Jan. 1993.
- (4) F. Ahmad and S. A. Kassam, "Coarray analysis of the wide-band point spread function for active array imaging," *Signal Processing*, vol. 81, no. 1, pp. 99–115, Jan. 2001.
- (5) Austeng and S. Holm, "Sparse 2-D arrays for 3-D phased array imaging design methods," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 49, no. 8, pp. 1073–1086, Aug. 2002.
- (6) O. Martínez-Graullera, C. J. Martín, G. Godoy, and L. G. Ullate, "2D Array Design Based On Fermat Spiral for Ultrasound Imaging," *Ultrasonics*, vol. 50, no. 2, pp. 280–289, 2010.
- (7) R. Barakat, "Probability density functions of sums of sinusoidal waves having nonuniform random phases and random numbers of multipaths," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 83, no. 3, pp. 1014–1022, Mar. 1988.
- (8) R. Gatto and S. R. Jammalamadaka, "The generalized von Mises distribution," *Statistical Methodology*, vol. 4, no. 3, pp. 341–353, 2007.
- (9) J. Camacho, M. Parrilla, and C. Fritsch, "Phase Coherence Imaging," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 56, no. 5, pp. 958–974, May 2009.
- (10) R. Pawula, S. Rice, and J. Roberts, "Distribution of the Phase Angle Between Two Vectors Perturbed by Gaussian Noise," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 30, no. 8, pp. 1828–1841, Aug. 1982.
- (11) K. V. Mardia, Z. W. Birnbaum, and E. Lukacs, *Statistics of Directional Data*. Elsevier Science, 1972.