

COMPRESSIVE SENSING: APLICACIONES Y OPORTUNIDADES EN EL CAMPO DE LA EVALUACIÓN NO DESTRUCTIVA

Virginia Yagüe-Jiménez (virginia.yague@csic.es).

Instituto de Instituto de Tecnologías Físicas y de la Información “Leonardo Torres Quevedo”, Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

Resumen

El paradigma del Compressive Sensing (CS) ha supuesto uno de los mayores avances de las últimas décadas en todos aquellos aspectos relacionados con el ámbito del procesado de señal, desde el más amplio sentido. La alta demanda de algoritmos, aplicaciones y dispositivos de tiempo real ha generado un gran interés por la industria en todas aquellas técnicas basadas en esta filosofía. Contrariamente al paradigma tradicional, limitado por el teorema de Nyquist-Shannon (1946), los sistemas basados en la filosofía CS son capaces de codificar, mediante representaciones dispersas, señales con anchos de banda que superan con creces la cota impuesta por el teorema del muestreo lineal. En esencia, CS combina el muestreo y la compresión en un solo paso, midiendo muestras mínimas que contienen la máxima información sobre la señal.

El problema del tamaño de los datos involucrados en cualquier proceso de medición es recurrente en el ámbito de la evaluación destructiva. A su vez, muchas de las técnicas comúnmente empleadas en NDT hacen uso o se traducen en representaciones con características sumamente dispersas: imágenes, sinogramas, señales ultrasónicas o basadas en sistemas RADAR son claros ejemplos. La conjunción de estas necesidades y cualidades convierte al CS en una de las herramientas más prometedoras para el avance dentro del campo de la evaluación no destructiva.

A lo largo de esta presentación se realizará un breve repaso a los principales algoritmos empleados, tanto en el diseño de señales como en las fases de recuperación, con el fin de aportar una perspectiva amplia de las posibles soluciones relacionadas con el CS. Se expondrán múltiples casos de éxito en la aplicación de CS en el ámbito de la instrumentación, los sensores y la representación, pilares fundamentales del área de la evaluación no destructiva.

Introducción

La publicación de Donoho [1] en 2006, supuso una revolución en el área del procesado de señal. En este trabajo se definen las bases del CS, y la posible explotación del concepto de “dispersión” de la información para superar la barrera impuesta por el teorema de Nyquist en los procesos de conversión analógico-digital. Dado que éste es uno de los puntos más relevantes en el ámbito de los END, CS supone una revolución que no sólo permite optimizar este tipo de procesos, si no que abre las puertas a una nueva concepción en la resolución de problemas inversos y en la extracción de características.

Breve formulación matemática

Desde un punto de vista de muestreo el CS se puede definir como la capacidad de recuperar señales a partir de un número menor de muestras que el impuesto por el teorema de Nyquist. Para conseguir esta disminución se aplican bases dispersas, a partir de las cuales, con muy pocos coeficientes representativos podemos recrear la señal original. Esta

filosofía se diferencia de la compresión con pérdidas en el hecho de que no son anulados los coeficientes menos representativos, sino que el propio método de adquisición asegura desde el principio la existencia de coeficientes nulos al realizar la proyección en la base propuesta. El problema planteado así plantea una pregunta inicial desconcertante: ¿cómo podemos asegurarnos de adquirir estos pocos coeficientes representativos sin un conocimiento previo de la señal? La primera aproximación que contesta a esta pregunta es la de muestrear la señal de una forma aleatoria completamente incoherente: esto es, a partir de combinaciones de muestras tomadas aleatoriamente de la señal podemos reconstruir la misma con un menor número de muestras que aplicando el principio de Nyquist [2]. La reconstrucción de la señal se realiza a través de estas combinaciones, “medidas”, mediante un proceso de optimización. Siempre y cuando el número de medidas sea suficiente, será posible encontrar un número de coeficientes dispersos que nos permita reconstruir la señal original [3].

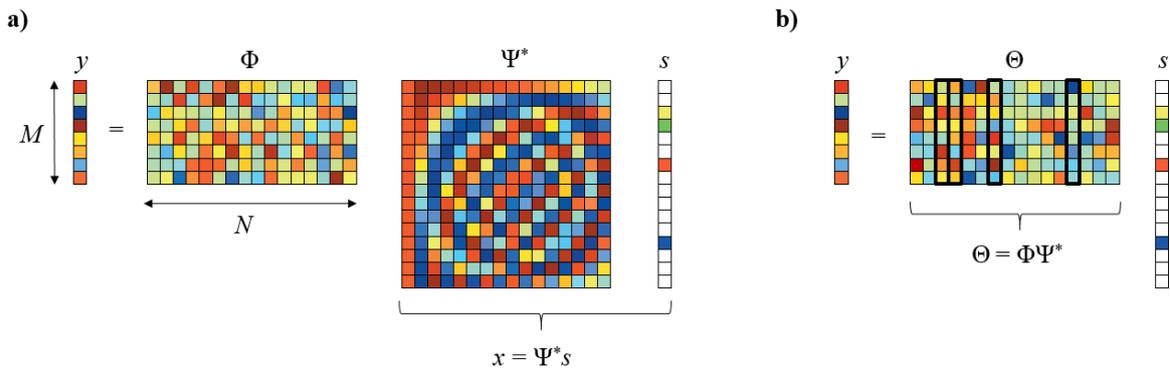


Figura 1. CS en representación matricial: a) con transformación ortonormal, b) para señales de entrada que son dispersas intrínsecamente. Adaptado de [4].

Matemáticamente la idea se puede resumir en los siguientes pasos: consideremos una señal $x \in \mathbb{R}^N$, que es dispersa si se proyecta sobre una base $\Psi^* \in \mathbb{C}^{N \times N}$, siendo $s = \Psi^* x$ una señal dispersa con únicamente K coeficientes no nulos con $K \ll N$. Asumimos ahora que la señal originaria x ha sido muestreada empleando una base de muestreo incoherente $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times N}$, obteniéndose un vector de medidas $y = \Phi x$, con $y \in \mathbb{R}^M$. En este escenario, la señal original x se puede recuperar, a pesar de que $M < N$, solucionando el problema de optimización:

$$\min \|\Psi^* x\|_0 \quad \text{sujeto a } \Phi x = y \text{ con } \Psi^* \Psi = \mathbf{I} \quad (1)$$

donde $\|\mathbf{a}\|_1$ representa la norma ℓ_0 del vector \mathbf{a} e \mathbf{I} es la identidad. El éxito de la reconstrucción de la señal x está garantizado con cierta probabilidad siempre y cuando se cumpla que:

$M \geq C \mu^2(\Phi, \Psi^*) K \log(N)$, donde C es una constante real positiva y $\mu(\Phi, \Psi^*)$ es la coherencia entre la matriz de muestreo y de dispersión:

$$\mu(\Phi, \Psi^*) = \sqrt{N} \max_{1 \leq k, j \leq N} |\langle \varphi_k^T, \psi_j^* \rangle| \quad (2)$$

La coherencia mide la máxima correlación que existe entre los elementos (filas y columnas respectivamente) que forman las matrices Φ y Ψ^* .

La señal originaria x sea dispersa en la base Ψ^* y la base de muestreo/medidas Φ , y Ψ^* sean incoherentes.

Para asegurar el éxito de este tipo de esquemas de proceso, es de vital importancia el diseño de la matriz de medidas, Φ . Ésta se ha de generar teniendo en cuenta que la coherencia (2), se encuentra comprendida en el intervalo $(1, N^{1/2})$. Esta restricción asegura

que una señal dispersa en el dominio impuesto por Φ , no lo va a ser en el dominio del vector de las medidas. Sin embargo, en ciertas aplicaciones la matriz Φ viene impuesta (ya sea por cuestiones de hardware o bien limitaciones físicas de ciertos problemas inversos [5]).

Marco de referencia: modelo de adquisición/reconstrucción

El modelo de referencia de CS se basa en dos tipos de procesos diferentes y complementarios: el modelo de adquisición y el de reconstrucción de la señal, representados conceptualmente en los diagramas de la Figura 2.

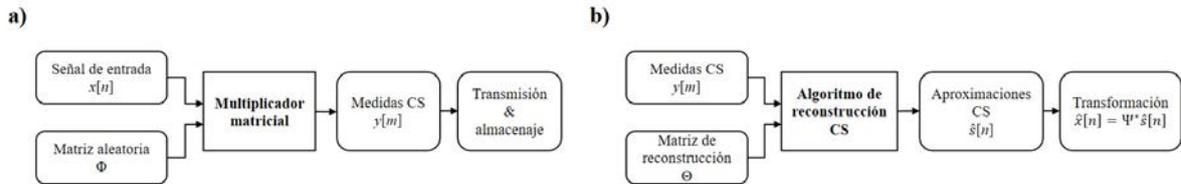


Figura 2. Marco de referencia de CS: a) modelo de adquisición, y b) modelo de reconstrucción. Adaptado de [4].

El modelo de adquisición (Figura 2, a) se basa en la recogida de medidas de forma no adaptativa, esto implica que tanto la matriz de medidas Φ , como la de transformación Ψ^* , son fijadas a priori. Tras este proceso, que sólo conlleva una multiplicación matricial, se obtiene un vector de salida y , de M muestras, cumpliendo siempre que $M < N$. Es muy importante destacar que M se encuentra relacionado con el grado de dispersión de la señal de entrada x y ha de cumplir la condición de incoherencia (2).

El proceso de recuperación es el más complejo de este marco (Figura 2, a), ya que consiste en resolver el problema inverso definido por $y = \Phi x$, con el fin de obtener la estima \hat{x} . Este problema es indeterminado, dado que $M < N$ y, por tanto, el número de soluciones es infinito. Sin embargo, y teniendo en cuenta las reglas diseño impuestas sobre Φ y Ψ^* , podemos restringir como solución válida de \hat{x} aquella que maximice la dispersión del vector \hat{s} . En estos casos la única solución posible de las resultantes del problema inverso es aquella que cumple una minimización del número de elementos no nulos (pseudo-norma ℓ_0) del vector \hat{s} . Por tanto, nos encontramos ante un problema de optimización definido en la expresión (1) que, en función del vector disperso se corresponde con:

$$\hat{s} = \arg \min_s \|s\|_0 \quad \text{sujeto a } \Theta s = y \quad (3)$$

Desafortunadamente, este problema puede clasificarse como NP-complejo, lo que implica su tiempo de resolución es no determinado. De hecho, es el problema que más esfuerzo conlleva por parte de la comunidad científica dentro del ámbito del CS. Si relajamos el problema o añadimos nuevos factores de complejidad como puedan ser la reducción del ruido o diferentes condiciones de contorno, el problema se diversifica, traduciéndose en nuevos enunciados cuya resolución depende de métodos de optimización más o menos complejos que serán presentados a continuación.

Algoritmos de reconstrucción

Basados en principios de optimización convexa:

Resulta de una modificación de la expresión (3), en donde la función objetivo se define como la minimización del mismo argumento, sustituyendo la pseudo-norma ℓ_0 por la norma ℓ_1 . Al realizar esta modificación el problema puede resolverse mediante

programación lineal, ya que automáticamente la función objetivo se convierte en una función lineal. En la Tabla 1 se presentan las funciones objetivo, así como las restricciones de los algoritmos de reconstrucción CS que emplean este tipo de planteamiento. El algoritmo básico, a partir del cual se plantean el resto es BP (*Basis Pursuit*), se corresponde con el cambio de normas anteriormente citado. Otras variantes permiten la reconstrucción a partir de vectores y que contengan muestras perturbadas por un ruido gaussiano de varianza conocida o impuesta, ϵ (BPDN y LASSO), o bien bascular mediante el parámetro λ para hallar una solución de compromiso entre la dispersión de la estima de \hat{s} y la potencia del residuo tolerado (método Lagrangiano).

Tabla 1. Funciones objetivo y restricciones de los principales algoritmos de reconstrucción basados en optimización convexa

<i>Basis Pursuit</i> (BP)	<i>Basis Pursuit Denoising</i> (BPDN)		<i>Total Variation Denoising</i> (TV)
$\hat{s} = \arg \min_s \ s\ _1;$ sujeto a $\Theta s = y$	$\hat{s} = \arg \min_s \ s\ _1;$ sujeto a $\frac{1}{2} \ (y - \Theta s)\ _2^2 \leq \epsilon$		$\hat{s} = \arg \min_s \ s\ _{TV};$ s. a $\frac{1}{2} \ (y - \Theta s)\ _1 \leq \epsilon$
	Lagrangiano $\hat{s} = \arg \min_s \left\{ \lambda \ s\ _1 + \frac{1}{2} \ (y - \Theta s)\ _2^2 \right\}$	LASSO $\hat{s} = \arg \min_s \frac{1}{2} \ (y - \Theta s)\ _2^2;$ sujeto a $\ s\ _1 \leq \epsilon$	

Esta familia de algoritmos permite estimar soluciones a partir de medidas ruidosas y obtener soluciones de “superresolución” altamente ligadas a las posibles soluciones ligadas al planteamiento basado en ℓ_0 , como desventajas fundamentales podemos destacar la lentitud en la resolución del problema, así como las dificultades de implementación para tamaños considerables de M y N .

Algoritmos ansiosos (*greedy*):

Al contrario que los anteriores, los algoritmos ansiosos no proporcionan una solución global, si no que emplean sistemas paso a paso. En cada uno de ellos se resuelve un subconjunto del problema inicial. Básicamente se plantean problemas más pequeños diezmando la matriz Θ por columnas (denominadas átomos).

En su versión más simple, la serie, estos algoritmos van incrementando de forma iterativa las posibles posiciones de s no nulas, según la naturaleza del residuo r , $r_{i-1} = y - \Theta \hat{s}_{i-1}$, siendo \hat{s}_{i-1} , la estima del vector disperso correspondiente a la iteración anterior. En cada iteración se calcula la correlación entre la matriz de recuperación y el residuo: $C_i = \Theta^T r_{i-1}$. En caso de aplicar MP (*matching pursuit*) [6] el máximo de este vector indica que valor de \hat{s}_i es candidato a ser no nulo, pero si empleamos OMP (*orthogonal matching pursuit*) [7], esta actualización se realiza mediante un proceso de ortonormalización de Gram–Schmidt. Como refinamiento a MP y OPM aparecen las alternativas paralelas, en las que en cada iteración se analizan como problemas de optimización convexa subconjuntos de $2K$ (CoSaMP) [8] o K átomos (SP) [9] que obtienen la máxima correlación, actualizándose con los K átomos candidatos de la iteración anterior. Todas estas soluciones son mucho menos complejas que las basadas en optimización convexa, pero requieren un conocimiento previo de la dispersión del vector s (K), no aseguran la convergencia y requieren un mayor número de medidas.

Algoritmos de umbralización

En cada iteración se calcula una nueva versión de \hat{s}_i mediante $\hat{s}_i = \eta(\hat{s}_{i-1} + \lambda \Theta^T (y - \Theta \hat{s}_{i-1}))$,

donde η es una función de umbralización y λ controla la velocidad de convergencia del algoritmo (*step-size*). La función η puede ser “dura” o “suave”. A su vez, existe una variante de esta aproximación que adapta el umbral θ mediante regularización, conocida como *Approximate Message Passing Algorithm*. A pesar de que este tipo de algoritmos poseen una complejidad baja y son capaces de descartar en cada iteración múltiples valores de \hat{s} , no aseguran la convergencia. De hecho, para solventar esta problemática es necesario recurrir a soluciones con λ adaptativos, lo cual incrementa seriamente la complejidad.

Algoritmos combinatorios

Esta familia de algoritmos hace recaer la complejidad en el diseño de la matriz Φ . Básicamente ésta se genera en base a unos patrones específicos que aseguran una distribución de valores discretos similar en cada columna. Son algoritmos sencillos computacionalmente pero que requieren de medidas libres de ruido.

Basados en principios de optimización no convexa:

La filosofía seguida para este tipo de soluciones pasa por los mismos planteamientos que los propuestos en los algoritmos de reconstrucción basados en optimización convexa. Sin embargo, se modifica la norma de las funciones objetivo (véase Tabla 1, BP), pasando de ser ℓ_1 a ℓ_p , con $0 < p < 1$. Esta modificación implica que el problema pasa de convexo a no convexo, con las implicaciones que ello conlleva.

Basados en análisis bayesiano:

Requieren que la señal de entrada x cumpla ciertas propiedades como proceso en sí, básicamente que pueda ser modelado mediante una única función de distribución probabilidad (en algunos casos extremos esto se puede generalizar a familias completas de f.d.p.). Básicamente, la dispersión en la señal de entrada se obtiene a partir de parametrizaciones calculadas mediante métodos como *belief propagation* o inferencia bayesiana.

Aplicaciones NDT

El hecho de que una señal sea dispersa o compresible y pueda ser sensada a través de cierto número de medias incoherentes tiene múltiples implicaciones que pueden ser explotadas en aplicaciones directamente relacionada con el campo de la END. Citamos aquí algunas de las que consideramos más prometedoras:

Adquisición de datos y conversores analógicos a información (AIC):

Debido a la aparición de sistemas de sensado de mayor calidad (mejores frecuencias de muestreo, márgenes dinámicos, relaciones señal a ruido, número de canales etc.) la información relacionada con sistemas orientados a la END está creciendo de manera exponencial. Esto provoca la aparición de cuellos de botella en los canales de transmisión, así como en los mismos instrumentos. Con el fin de mitigar esta problemática, está surgiendo una nueva generación de conversores conocidos como conversores analógicos a “información”, o de *xampling* [10]. Aunque en la actualidad están en fase de experimentación, en [11] nos encontramos una propuesta interesante, en la se presentan conversores que incluso hacen descender la tasa de muestras unas 20 veces con respecto a la tasa de Nyquist, sin aumentar excesivamente la complejidad de las arquitecturas ADC tradicionales. En [12] y [13] ya encontramos diseños dedicados a la inspección ultrasónica.

Resolución de problemas inversos:

En esta categoría podemos englobar cualquier técnica de generación de imagen de estructuras dispersas ya que, en el fondo, todas las imágenes empleadas en el ámbito de los END persiguen ser una representación lo más fiel posible de la estructura bajo estudio, inferida a partir de una colección de datos procedentes de uno o varios sistemas de sensado. Las magnitudes físicas envueltas en este tipo de problemáticas son de diversa índole (rayos-X, resonancia magnética, inspecciones ultrasónicas etc.), así como la disposición de los elementos de transducción, tanto en recepción como en transmisión (arrays lineales, inspecciones tomográficas o tomográficas en espiral etc.). Sin embargo, todos estos escenarios plantean la misma cuestión subyacente: inferir una geometría a partir de señales o datos que proceden de integraciones temporales y espaciales. CS encaja de forma directa con este tipo de problemática, en donde el vector de medidas y se correspondería con los datos suministrados por los receptores, la matriz de medidas Φ dependería de factores como la disposición de los sensores y las señales de excitación aplicadas y la incógnita global del problema, x se relacionaría con la estructura bajo estudio (de forma directa o en su versión transformada). Este fenómeno ha sido ampliamente explotado en el ámbito de la imagen médica, pero en estos últimos años han surgido propuestas interesantes en END.

Por ejemplo, el problema de la generación de imagen ultrasónica ultrarrápida ya se ha servido de las técnicas CS para incrementar la calidad de sus resultados. En [14] se aplica una transformación basada en ondículas de Daubechies, junto con BPDN, para generar la imagen. Sin embargo, en [15] se realiza un estudio exhaustivo de la misma problemática, esta vez desde la perspectiva de los algoritmos basados en umbralización (FISTA, MFISTA, OMFISTA, etc). Ambas propuestas consiguen resultados satisfactorios, aumentado considerablemente la resolución de los sistemas de imagen sin necesidad de condicionar el hardware asociado. De hecho, este tipo de estrategias ya ha sido aplicado a casos de END reales [16], por ejemplo, en [17] se sirven de estas técnicas para buscar desperfectos como oquedades o grietas en estructuras de hormigón *in situ* o en [18] para la inspección de contenedores desde el exterior.

Otro tipo de inspección que está cobrando especial relevancia en el ámbito del END es de la tomografía computerizada (CT). En este caso concreto, la propia geometría de la disposición de los sensores provoca una alta redundancia en las medidas. CS se ha aplicado a estas inspecciones en diferentes escenarios y magnitudes físicas: en [19] se mejora la tomografía de impedancia eléctrica aplicada a la vigilancia de la integridad de estructuras aeronáuticas y de la construcción; en [20] aprovechan la redundancia y la dispersión de la imagen en el caso de la CT de alta tensión, y en [21] CS sirve para minimizar el número de capturas del CT con el fin de inspeccionar de una pieza cilíndrica rellena de hormigón.

Otra área de especial interés en los últimos 30 años es el empleo de sistemas de georradar para END. Dado que estos sistemas emplean tecnología RADAR, y por tanto la naturaleza de las señales envueltas en el proceso de generación de imagen es dispersa, son perfectos candidatos a la aplicación de CS, ya sea en adquisición o en generación [22] [23].

Podemos citar otras metodologías de END que han aplicado CS, obteniendo resultados con mejor resolución de los habituales, en campos tan diversos como la termografía [24], la imagen obtenida mediante microondas [25] o el estudio de las ondas de Lamb mediante vibrómetros [26].

Reducción de elementos en sistemas multicanal:

Dado que CS se basa en principio de que a partir de cierto número de medidas provenientes de la integración de múltiples fuentes de sensado, es posible recuperar señales procedentes de un dominio disperso. Este fenómeno puede ser explotado para la reducción

de elementos en un sistema multicanal y se conoce como CS estructurado.

El primer ejemplo de estos sistemas es la cámara de un único pixel [27]. En este caso, una escena dispersa es proyectada sobre una matriz de espejos direccionados de forma pseudoaleatoria repetidas veces. En esta situación, si es conocida la matriz que ha gobernado las posiciones de los espejos, es posible recuperar la información original de la imagen proyectada con un número de medidas (M) inferior al número de píxeles de la escena.

En [28] se ha trasladado esta idea a los sistemas multicanales ultrasónicos. En este caso la diversidad se obtiene a partir de una lente acústica de patrón pseudoaleatorio que gira con respecto al eje del emisor/receptor. Por cada posición de la lente se obtiene una medida. Estas arquitecturas permiten la reconstrucción 3D con un único elemento de sensado. Este mismo principio se ha trasladado a la microscopía ultrasónica con éxito [29] y al diseño de cavidades específicas que permitan la recuperación dispersa [30].

Problemas de fusión:

La tecnología de fusión de datos permite combinar la información procedente de diferentes sensores de END para aportar una imagen más completa de la integridad estructural de los elementos evaluados. CS permite evaluar la información común y no común entre estos tipos heterogéneos de sensados y facilitar la ardua tarea de fusionarlos. Algunos ejemplos que han aportado resultados prometedores los encontramos en [31], en donde se combina la información óptica superficial con CT mediante CS o en [32], combinando CT y fotoacústica aplicado CS mediante la resolución de un LASSO.

Compresión de datos:

En algunas situaciones no está claro cuál es la matriz Ψ adecuada a las señales de entrada al sistema de codificación/compresión. Sin embargo, podemos recurrir a diseños aleatorios para la matriz Φ , ya que este recurso se considera una estrategia universal válida. Si bien es cierto que, en la mayoría de las situaciones reales, esta filosofía explota en menor medida la dispersión subyacente en los datos y no permite aprovechar las capacidades del CS para extraer información directamente relacionada con características concretas de la pieza bajo estudio. Buenos ejemplos de aplicaciones de este enfoque los encontramos en [33], en donde se extraen características relacionadas con la fuga de campo magnético y en [34] aplicado al estudio de las ondas de Lamb.

Desafíos y potencial futuro del CS en END:

Plantear estrategias de adquisición genéricas: eso es, desarrollar una teoría generalista que permita aplicar la técnica CS con independencia de la naturaleza de las señales o de los datos involucrados.

En sí, determinar una buena base que facilite la adquisición dispersa. Esta tarea de por sí es compleja y requiere de un conocimiento profundo de la naturaleza de los datos/señales, pero en el campo de los END las señales empleadas habitualmente poseen características que facilitan esta tarea al ser señales pulsadas, ondas continuas sinusoidales o combinaciones de las mismas, etc. A su vez, las imágenes generadas en este tipo de diagnosis comparten propiedades muy características que facilitan esta tarea.

Solucionar problemas que atañen al capo del CS de forma genérica y que impiden la implementación de sistemas suficientemente robustos para su uso habitual en el campo de los END. Entre estos problemas podemos destacar la determinación de las cotas superiores relativas al número de medidas, así como del número de iteraciones

necesarias para garantizar la convergencia de los algoritmos a priori. También es sensible el problema de garantizar la convergencia y la recuperación robusta de la entrada, sobre todo en el caso de plantear CS como alternativa para la resolución de problemas inversos.

Definir problemas en los que el CS estructurado permita extraer características relevantes para las inspecciones.

Dada la importancia que está adquiriendo la IoT en la actualidad [35], facilitar el tratamiento almacenamiento y transmisión de información aplicando CS. Dentro de este paradigma, es de especial importancia la seguridad de los datos, especialmente a nivel físico: en muchas aplicaciones es necesario aleatorizar registros concretos que, en el caso de los END, suelen estar relacionados con imágenes o series temporales. CS ha demostrado ser una herramienta útil en este tipo de situaciones, ya que consiguen salidas de mayor entropía tras su aplicación [36].

Conclusión

El CS se muestra como una de las herramientas más prometedoras dentro del ámbito de los END, ya no sólo por la capacidad de compresión de la información manejada en esta área, si no por su capacidad para extraer información relevante de manera concisa y sistemática. Sin embargo, el grado de madurez de este marco de trabajo ofrece grandes retos tanto a la comunidad científica como a la industria.

Agradecimientos

Este trabajo está financiado por la Agencia Estatal de Investigación y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (AEI/FEDER, UE) a través del proyecto DPI2016-80239-R.

Referencias

- (1) D. L. Donoho, «Compressed sensing,» *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, pp. 1289-1306, 4 2006.
- (2) E. J. Candes, J. Romberg y T. Tao, «Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information,» *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, pp. 489-509, 2 2006.
- (3) M. Elad, *Sparse and redundant representations: from theory to applications in signal and image processing*, Springer Science & Business Media, 2010.
- (4) M. Rani, S. B. Dhok y R. B. Deshmukh, «A Systematic Review of Compressive Sensing: Concepts, Implementations and Applications,» *IEEE Access*, vol. 6, pp. 4875-4894, 2018.
- (5) M. Lustig, D. L. Donoho, J. M. Santos y J. M. Pauly, «Compressed Sensing MRI,» *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, pp. 72-82, 3 2008.
- (6) S. G. Mallat y Z. Zhang, «Matching pursuits with time-frequency dictionaries,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, pp. 3397-3415, 12 1993.
- (7) Y. C. Pati, R. Rezaifar y P. S. Krishnaprasad, «Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition,» de *Proceedings of 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1993.
- (8) D. Needell y J. A. Tropp, «CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples,» *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 26, pp.

301-321, 2009.

- (9) W. Dai y O. Milenkovic, «Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction,» *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55, pp. 2230-2249, 5 2009.
- (10) M. Mishali, Y. C. Eldar, O. Dounaevsky y E. Shoshan, «Xampling: Analog to digital at sub-Nyquist rates,» *IET Circuits, Devices Systems*, vol. 5, pp. 8-20, 1 2011.
- (11) M. Trakimas, R. D'Angelo, S. Aeron, T. Hancock y S. Sonkusale, «A Compressed Sensing Analog-to-Information Converter With Edge-Triggered SAR ADC Core,» *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 60, pp. 1135-1148, 5 2013.
- (12) J. Spaulding, Y. C. Eldar y B. Murmann, «A sub-nyquist analog front-end with subarray beamforming for ultrasound imaging,» de *2015 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, 2015.
- (13) N. Wagner, Y. C. Eldar, A. Feuer y Z. Friedman, «Compressed beamforming with applications to ultrasound imaging,» de *2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2012.
- (14) Besson, D. Perdios, F. Martinez, Z. Chen, R. E. Carrillo, M. Arditi, Y. Wiaux y J. Thiran, «Ultrafast Ultrasound Imaging as an Inverse Problem: Matrix-Free Sparse Image Reconstruction,» *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 65, pp. 339-355, 3 2018.
- (15) S. A. Valente, M. V. W. Zibetti, D. R. Pipa, J. M. Maia y F. K. Schneider, «An Assessment of Iterative Reconstruction Methods for Sparse Ultrasound Imaging,» *Sensors*, vol. 17, 2017.
- (16) N. S. Gulgec, S. G. Shahidi y S. N. Pakzad, «A comparative study of compressive sensing approaches for structural damage diagnosis,» de *Proceedings of GeoStructures Congress, Phoenix, AZ*, 2016.
- (17) Z. Bai, S. Chen, Q. Xiao, L. Jia, Y. Zhao y Z. Zeng, «Compressive Sensing of Phased Array Ultrasonic Signal in Defect Detection: Simulation Study and Experimental Verification,» *Structural Health Monitoring*, vol. 17, pp. 434-449, 2018.
- (18) Y. Á. López y J. Á. M. Lorenzo, «Compressed Sensing Techniques Applied to Ultrasonic Imaging of Cargo Containers,» *Sensors*, vol. 17, 2017.
- (19) T. N. Tallman y J. A. Hernandez, «The effect of error and regularization norms on strain and damage identification via electrical impedance tomography in piezoresistive nanocomposites,» *NDT & E International*, vol. 91, pp. 156-163, 2017.
- (20) K. Kim, H. Cho, U. Je, C. Park, H. Lim, G. Kim, S. Park, Y. Park, D. Lee, H. Lee y T. Woo, «Improvement of image characteristics in high-voltage computed tomography (CT) by applying a compressed-sensing (CS)-based image deblurring scheme,» *NDT & E International*, vol. 84, pp. 11-19, 2016.
- (21) B. Jiang, P. Jia, W. Zhao y W. Wang, «The application of compressive sampling in rapid ultrasonic computerized tomography (UCT) technique of steel tube slab (STS),» *PLOS ONE*, vol. 13, pp. 1-15, 1 2018.
- (22) A. B. Suksmono, E. Bharata, A. A. Lestari, A. G. Yarovoy y L. P. Ligthart, «Compressive Stepped-Frequency Continuous-Wave Ground-Penetrating Radar,»

IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 7, pp. 665-669, 10 2010.

- (23) C. Gurbuz, J. H. McClellan y W. R. S. Jr., «Compressive sensing for subsurface imaging using ground penetrating radar,» *Signal Processing*, vol. 89, pp. 1959-1972, 2009.
- (24) S. Tuli y R. Mulaveesala, «Defect detection by pulse compression in frequency modulated thermal wave imaging,» *Quantitative InfraRed Thermography Journal*, vol. 2, pp. 41-54, 2005.
- (25) G. Oliveri, P. Ding y L. Poli, «3-D Crack Detection in Anisotropic Layered Media Through a Sparseness-Regularized Solver,» *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 14, pp. 1031-1034, 2015.
- (26) T. D. Ianni, L. D. Marchi, A. Perelli y A. Marzani, «Compressive sensing of full wave field data for structural health monitoring applications,» *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 62, pp. 1373-1383, 7 2015.
- (27) M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar, J. N. Laska, T. Sun, K. F. Kelly y R. G. Baraniuk, «Single-pixel imaging via compressive sampling,» *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, pp. 83-91, 3 2008.
- (28) M. F. Schiffner, T. Jansen y G. Schmitz, «Compressed sensing for fast image acquisition in pulse-echo ultrasound,» *Biomedical Engineering/Biomedizinische Technik*, vol. 57, pp. 192-195, 2012.
- (29) J. Janjic, P. Kruizinga, P. Meulen, G. Springeling, F. Mastik, G. Leus, J. G. Bosch, A. F. W. Steen y G. Soest, «Structured ultrasound microscopy,» *Applied Physics Letters*, vol. 112, p. 251901, 2018.
- (30) Ghanbarzadeh-Dagheyan, C. Liu, A. Molaei, J. Heredia y J. Martinez Lorenzo, «Holey-Cavity-Based Compressive Sensing for Ultrasound Imaging,» *Sensors*, vol. 18, 2018.
- (31) Y. Liu, A. Beyer, P. Schuetz, J. Hofmann, A. Flisch y U. Sennhauser, «Cooperative data fusion of transmission and surface scan for improving limited-angle computed tomography reconstruction,» *NDT & E International*, vol. 83, pp. 24-31, 2016.
- (32) M. Haltmeier, T. Berer, S. Moon y P. Burgholzer, «Compressed sensing and sparsity in photoacoustic tomography,» *Journal of Optics*, vol. 18, p. 114004, 10 2016.
- (33) S. Kathirmani, A. K. Tangirala, S. Saha y S. Mukhopadhyay, «Online data compression of MFL signals for pipeline inspection,» *NDT & E International*, vol. 50, pp. 1-9, 2012.
- (34) J. B. Harley y J. M. F. Moura, «Sparse recovery of the multimodal and dispersive characteristics of Lamb waves,» *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 133, pp. 2732-2745, 2013.
- (35) M. Capra, R. Peloso, G. Masera, M. Ruo Roch y M. Martina, «Edge Computing: A Survey On the Hardware Requirements in the Internet of Things World,» *Future Internet*, vol. 11, 2019.
- (36) Y. Zhang, Y. Xiang, L. Y. Zhang, Y. Rong y S. Guo, «Secure Wireless Communications Based on Compressive Sensing: A Survey,» *IEEE Communications Surveys Tutorials*, pp. 1-1, 2018.